Université Abdelmalek Essaadi. Ecole Nationale des Sciences Appliquées - Tétouan. A -U 2011-2012

Cycle Classes Préparatoires. 1ère année. S2. Module : Maths 3 : Analyse 2.

Série 6 : Séries de Fourier.

Exercice 1. Développer en série de Fourier la fonction $2\pi-$périodique définie sur $]-\pi,\pi[$ par $f(x)=|x|$.
En déduire les valeurs de $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2}$ et $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^4}$

Exercice 2. Développer en série de Fourier la fonction $2\pi-$périodique impaire définie sur $[0,\pi]$ par $f(x)=x(\pi-x)$.
En déduire les valeurs de $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$ et $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{(2n+1)^6}$

Exercice 3. Développer en série de Fourier la fonction $2\pi-$périodique définie sur $]-\pi,\pi[$ par $f(x)=x^2$.
En déduire les valeurs de $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$, $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{(2n+1)^2}$, $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^4}$ et $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{(2n+1)^4}$

Exercice 4. Développer en série de Fourier la fonction $2\pi-$périodique définie sur $]-\pi,\pi[$ par $f(x)=|\sin x|$.
En déduire la valeur de $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{4n^2-1}$.

Exercice 5. Développer en série de Fourier la fonction $2\pi-$périodique définie par

$$f(x)=\begin{cases} x & si \quad x\in]0,2\pi[\\ \pi & si \quad x=0 \end{cases}$$

Exercice 6. Soit f de période 2π telle que $f(x)=x^2+\pi x$ sur $]-\pi,\pi[$
1) Former le développement en série de Fourier trigonométrique de f ainsi que la formule de Parseval pour f. En déduire les valeurs de $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}$ puis $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2}$.
2) Déduire le développement de F de période 2π telle que $F(x)=\int_0^x f(t)dt$. En déduire la valeur de $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^6}$.

Exercice 7. Déterminer le développement en série de Fourier de la fonction f de période 2π telle que $f(x)=\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}$. En déduire la valeur de $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{4n^2-1}$

Exercice 8. Soit f la fonction de période 2π telle que

$$f(x)=\begin{cases} -\pi x & si \quad x\in]-\pi,0[\\ x^2 & si \quad x=]0,\pi[\end{cases}$$

et soit $a_0+\sum_{n=1}^{+\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ son développement en série de Fourier.
1) Déterminer en fonction de a_n et b_n les coefficients des développements en séries de Fourier de f' , f'' et f'''.
2) En déduire pour $n>0$ les valeurs de a_n et b_n.
3) A partir du développement en série de Fourier de f' , calculer $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{(2n+1)^2}$.
4) A partir du développement en série de Fourier de f, calculer a_0 et $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}$
5) Déduire du développement en série de Fourier de f', la valeur de $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{(2n+1)^4}$.

ETUSUP .com

ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..